Lycée : Habib Thamer Classe : 2 ème Science	**SERIE D' EXERCICES N°(4)** **Barycentre**	A.scolaire : **2008/2009**

Exercice 1 :

Soit ABC un triangle.

1) Construire le barycentre D des points pondérés (A, 3) et (B, 2).
2) Soit I le point définie par $3\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$
   a) Montrer que I est le barycentre des points pondérés (D, 5) et (C, 1).
   b) Soient B' le milieu du segment [AC] et C' le milieu du segment [AB]. Montrer qu'on a $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IC}=2\overrightarrow{IB'}$ et $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=2\overrightarrow{IC'}$.
   c) Montrer alors que I est le barycentre des points pondérés (B', 1) et (C', 2).
   d) En déduire une construction du point I.

Exercice 2 :

On considère un triangle ABC et les points I et D tels que : I est le barycentre des points pondérés (A, 1) et (B, 3)
D est le barycentre des points pondérés (I, 3) et (C, -2)

1) Construire les points I et D
2) Déterminer et construire l'ensemble : E = {M, M $\in$ P tels que $\|\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\|=4\|3\overrightarrow{MI}-2\overrightarrow{MC}\|$ }
3) a) Montrer que I est le barycentre des points pondérés (C, 2) et (D, 1)
   b) Déterminer et construire l'ensemble : F = {M, M $\in$ P tels que $\|\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\|-\|2\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\|=AB$ }

Exercice 3 :

Soit ABC un triangle ; I = A * B ; J = A * C

1) Soit D le barycentre des points pondérés (A, 3) ; (B, -2). Montrer que $\overrightarrow{AD}=-2\overrightarrow{AB}$ et construire le point D
2) Soit le point G définie par $3\overrightarrow{GA}-2\overrightarrow{GB}+5\overrightarrow{GC}=\vec{0}$
   a) Montrer que G est le barycentre des points pondérés (D, 1) et (C, 5)
   b) Montrer que G est aussi le barycentre des points (I, -2) ; (J, 5)
   c) Déduire que les droites (IJ) et (CD) sont sécantes.
3) Soit K le barycentre des points pondérés (B, -2) et (C, 5). Montrer que les droites (AK) ; (IJ) et (CD) sont concourantes.

Exercice 4 :

ABC est un triangle ; A' est le barycentre des points pondérés (B, 3) et (C, 1) et B' est le barycentre des points (A, 4) et (C, -1)

1) Démontrer que les droites (AA') et (BB') sont parallèles
2) Le point G est le barycentre des points pondérés (A, 4) et (B, 3) montrer que G $\in$ (A'B').
3) Soit D un point tel que ABCD soit un quadrilatère. On considère I et J les barycentres respectifs des points pondérés (A, 1) ; (B, 4) et (C, 3) ; (D, 2). Construire I et J.
4) Soit G' tel que $\overrightarrow{G'A}+4\overrightarrow{G'B}+3\overrightarrow{G'C}+2\overrightarrow{G'D}=\vec{0}$. Montrer que G' est le milieu de [IJ].

Exercice 5 :

On considère un triangle ABC et le point A' = B * C

1) Construire le point M barycentre des points pondérés (A, 2) ; (C, 1)
2) Soit I le milieu du segment [AA']. Montrer que I est le barycentre des points (A, 2) ; (B, 1) ; (C, 1)
3) En déduire que les points B, I, M sont alignés.

Exercice 6 :

Soit ABC un triangle, D le barycentre des points pondérés (A, 2) ; (B, -1) ; (C, 2)

1) Soit M le milieu du segment [AC]. Montrer que D est le barycentre des points M et B affectés des coefficients que l'on précisera. Construire le point D.
2) Soit G le barycentre des points pondérés (A, 2) ; (B, -1)
   a) Construire le point G
   b) Montrer que D est le barycentre des points G et C affectés des coefficients que l'on précisera.
   c) Donner alors une deuxième construction du point D.

Exercice 7 :

Soit ABC un triangle

1) Construire le point G barycentre de (A, 1) et (B, 3)
2) Soit E le barycentre des points pondérés (A, 1) ; (B, 3) et (C, 2)
   a) Montrer que le point E appartient au segment [GC]
   b) On désigne par I et J les milieux respectifs de [AB] et [BC]. Montrer que E le barycentre des points I et J d'affectés des coefficients que l'on précisera.
3) Montrer que E est l'isobarycentre des points I, B et C.
4) Déterminer et construire l'ensemble : ξ = {M, M $\in$ P tels que $\|\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\|=3\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\|$ }

Exercice 8 :

On considère un triangle ABC et le point A' le milieu du segment [BC].

1) Construire le point G barycentre des points pondérés (A, 2) et (C, 1).
2) Soit I le milieu du segment [AA']. Montrer que I barycentre des points pondérés (A, 2) ; (B, 1) et (C, 1).
3) En déduire que les points B, I et G sont alignés.
4) Déterminer l'ensemble (ξ) des points M du plan tels que : $\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\| = \left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|$
5) Construire un parallélogramme AGEF tel que les points E et F appartiennent respectivement à (BC) et (AB)

Exercice 9 :

Soit ABC un triangle isocèle en A ; A' le milieu de [BC].

1) Construire I et J tels que : I barycentre des points pondérés (A, 1) ; (B, 2)
   J barycentre des points pondérés (A, 5) ; (C, -2)
2) Déterminer et construire $\Delta = \{M, M \in P$ tels que $\left\|5\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}\right\| = \left\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MC}\right\| \}$
3) a) Montrer que $A \in \Delta$
   b) Montrer que $\overrightarrow{IJ} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AA'}$. En déduire que (Δ) // (BC)
4) soit D le barycentre des points pondérés (A, – 1) ; (B, 2) et (C, 2)
   a) Vérifier que D est le barycentre des points pondérés (A, – 1) ; (A', 4)
   b) Construire le point D.

Exercice 10 :

ABC est un triangle. On désigne par A' et C' les points définies par. $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AB}$

1) a) Construire les points A' et C'.
   b) Montrer que B est le milieu du segment [A'C']
2) Soit K le barycentre des points pondérés (A, 3) ; (A', 1) et (C', 1)
   a) Montrer que les points K, A et B sont alignés et préciser la position de K par rapport à A et B.
   b) Construire le point K.
   c) Construire les points I et B' tels que : $\overrightarrow{KI} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CB}$
   d) Montrer que I est le barycentre des points pondérés (A', 3) et (B', 2).
3) Déterminer et construire l'ensemble (ζ) des points M du plan vérifiant : $\left\|3\overrightarrow{MA'}+2\overrightarrow{MB}\right\| = \left\|\overrightarrow{MK}-\overrightarrow{MI}\right\|$

Exercice 11 :

Soit ABC un triangle rectangle en A, vérifiant AB = 3 et AC = 2.
Soient I le barycentre des points pondérés (A, -2) et (B, 1) et E le barycentre des points (B, 1) et (C, 3)

1) a) Construire les points I et E.
   b) Soit $\zeta = \{M, M \in P$ tels que $\left\|-2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right\| = 3\}$. Montrer que ζ est un cercle dont on précisera le Centre et le rayon.
   c) Montrer que (AC) est la tangente à ζ en A.
2) Soit G le barycentre des points pondérés (I, 1), (E, 4) et (C, -6)
   a) Montrer que G est le barycentre des points pondérés (A, -2) et (C, 3) puis construire G.
   b) En déduire que C est le centre de gravité du triangle IBG.
3) Soit F le barycentre des points pondérés (A, -2), (B, 1) et (C, 3)
   a) Montrer que F est le milieu de [BG], en déduire la nature du triangle AFB.
   b) Montrer que E est le milieu de [AF]
   c) Montrer que les points I, F et C sont alignés.
   d) En déduire que les droites (IC), (AE) et (BG) sont concourantes.
4) Déterminer et construire $\Delta = \{M, M \in P$ tels que $\left\|-2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\right\| = 2\left\|-2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MC}\right\| \}$
5) Soit $\zeta' = \{M, M \in P / \left\|-2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MC}\right\| = \left\|\alpha\overrightarrow{MB}-\alpha\overrightarrow{MC}\right\|, \alpha \in IR\}$.Déterminer α pour que ζ ' passe par C.

Exercice 12 :

Soit $(O,\vec{i},\vec{j})$ un repère orthonormé du plan.

On donne les points A (1, 0) ; B (5, – 2) et C (– 1, – 4)

1) Déterminer les coordonnées du point D tel que ABDC soit un parallélogramme.
2) a) Montrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle.
   b) En déduire la nature du quadrilatère ABDC.
3) Soit I = A * B, G le barycentre des points pondérés (A, 3) et (C, 1) et H le barycentre des points pondérés (B , – 3) et (C, 1)
   a) Construire G et H
   b) Montrer que les points I, G et H sont alignés
   c) Montrer que H est le barycentre des points pondérés (A, 3) , (B, 3) et (G , – 4).
4) a) Déterminer l'ensemble Δ des points M du plan tels que $\left\|3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right\| = \left\|-6\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|$
   b) Déterminer l'ensemble (C) des points M du plan tels que $\left\|3\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}-4\overrightarrow{MG}\right\| = \left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\right\|$